ELECTRICITE
LE CIRCUIT RC

1- Grandeurs électriques

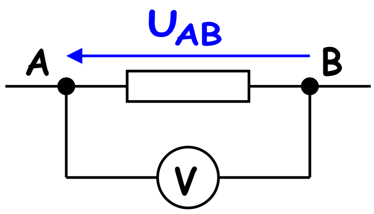
1.1- La tension électrique

La tension électrique U_{AB} existant entre deux points A et B d'un dipôle correspond à la différence de potentiel entre ces deux points.

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

U_{AB}: Tension électrique entre les points A et B (V)
V_A: Potentiel électrique au point A (V)
V_B: Potentiel électrique au point B (V)

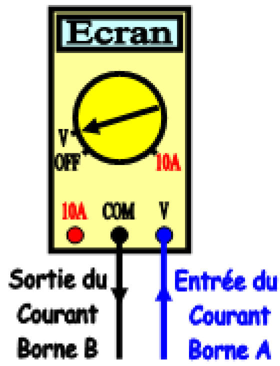
On représente la tension $\mathbf{U_{AB}}$ par une "flèche tension".



La tension électrique $\mathbf{U_{AB}}$ est une grandeur algébrique:

$$U_{BA} = -U_{AB}$$

La tension électrique **U** est mesurée à l'aide d'un voltmètre branché en dérivation aux bornes du dipôle dont on veut mesurer la tension.



Il faut faire attention aux branchements à réaliser pour la mesure d'une tension en courant continu. Pour mesurer la tension $\mathbf{U_{AB}}$, on doit relier la borne **A** à la borne **V** du voltmètre et la borne **B** à la borne **COM**.

1.2- Intensité du courant électrique

Dans un circuit électrique, le courant électrique est dû au déplacement des électrons de charge $\mathbf{q = -e}$.

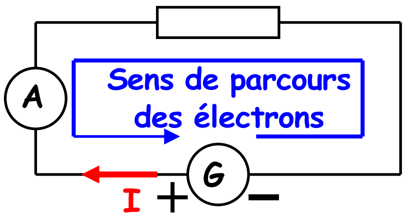
Ces électrons se déplacent de la borne négative du générateur vers sa borne positive.

En régime permanant indépendant du temps, l'intensité I du courant continu est égale à la valeur absolue de la charge totale Q traversant une section du conducteur pendant une durée Δt.

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

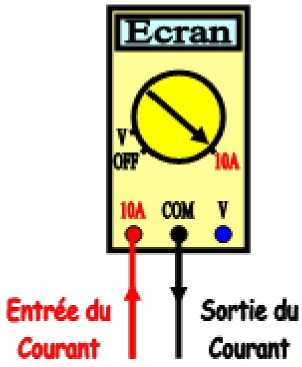
I: Intensité du courant électrique (A)
Q: Charge totale (C)
Δt: Durée (s)

Par convention, le courant électrique sort du générateur par la borne positive et y entre par la borne négative.



Le sens du courant électrique est donc opposé au sens de déplacement des électrons

On représente l'intensité **I** du courant par une flèche rouge placée sur l'un des fils de connexion.



L'intensité **I** du courant électrique se mesure à l'aide d'un ampèremètre branché en série. Le courant doit rentrer par la borne ***A*** et sortir par la borne ***COM***.

En régime variable, c'est-à-dire dépendant du temps, l'intensité du courant électrique varie.

Pendant une durée infiniment courte **δt**, une charge électrique infiniment petite, notée **δq**, traverse une section de conducteur. L'intensité du courant est alors:

$$I = \frac{\delta q}{\delta t}$$

Quel que soit le régime de fonctionnement du circuit, l'intensité i du courant électrique est un débit de charges électriques. Pour une portion de conducteur électrique, l'intensité du courant est la dérivée de la charge électrique par rapport au temps:

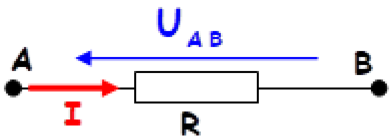
$$i = \frac{dq}{dt}$$

1.3- Loi d'Ohm pour un conducteur ohmique

Un conducteur ohmique est un dipôle qui vérifie la loi d'ohm.

La tension U_{AB} aux bornes d'un conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité I du courant qui le traverse.

$U_{AB} = U_R = R.I$	U_{AB}: Tension électrique aux bornes du conducteur ohmique (V) R: Résistance du conducteur ohmique (Ω) I: Intensité du courant traversant le conducteur ohmique (A)



Remarque: Par convention, dans le cas d'un récepteur, le courant "descend" les potentiels.

1.4- Loi d'Ohm pour un récepteur

La tension U_{AB} aux bornes d'un récepteur (autre qu'un conducteur ohmique) est une fonction affine de l'intensité **I** du courant qui le traverse:

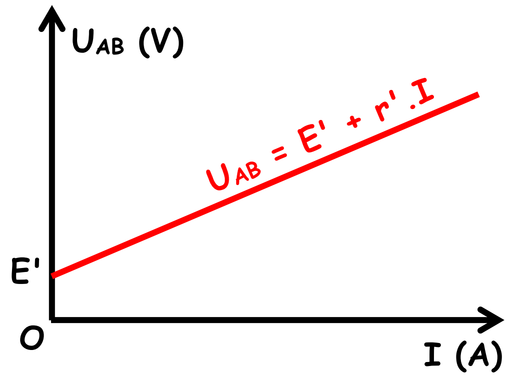
$$U_{AB} = E' + r'.I$$

U_{AB}: Tension électrique aux bornes du récepteur en Volt (V)
E': Force contre électromotrice en Volt (V)
r': Résistance interne du récepteur en Ohm (Ω)
I: Intensité du courant traversant le récepteur en Ampère (A)

La force contre électromotrice (f.c.e.m.) correspond à la tension minimale qu'il faut appliquer aux bornes du récepteur pour qu'il produise de l'énergie.

La caractéristique **U_{AB} = f(I)** d'un récepteur actif est une droite qui ne passe pas par l'origine.

L'ordonnée à l'origine correspond à la force contre électromotrice E' du récepteur.



Le coefficient directeur de la droite correspond à la résistance interne **r'** du récepteur.

1.5- Loi d'Ohm pour un générateur

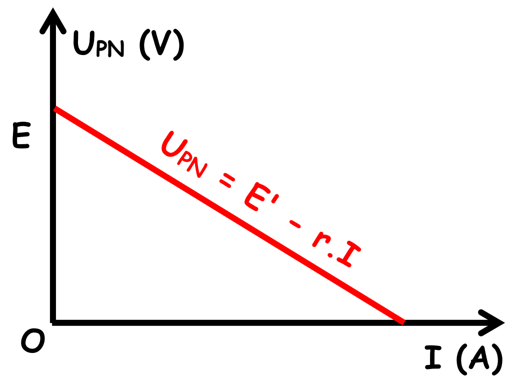
La tension U_{PN} aux bornes d'un générateur est une fonction affine de l'intensité I du courant qui le traverse:

$$U_{PN} = E - r.I$$

U_{PN}: Tension électrique aux bornes du générateur en Volt (V)
E: Force électromotrice en Volt (V)
r: Résistance interne du générateur en Ohm (Ω)
I: Intensité du courant traversant le générateur en Ampère (A)

La force électromotrice (f.e.m.) correspond à la tension aux bornes du générateur lorsqu'il ne débite aucun courant (**I=0**). On l'appelle aussi la tension à vide du générateur.

La caractéristique **U_{PN} = f(I)** d'un générateur actif est une droite qui ne passe pas par l'origine.



L'ordonnée à l'origine correspond à la force électromotrice **E** du générateur.

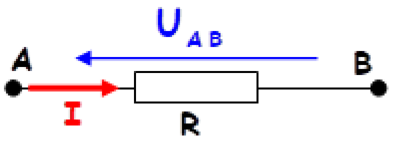
Le coefficient directeur de la droite correspond à la résistance interne **r** du générateur.

1.6- Energie reçue par un conducteur ohmique

L'énergie électrique $W_{élec}$ reçue par un récepteur dépend de:

- La tension U_{AB} existant entre ses bornes.
- L'intensité **I** du courant qui le traverse.
- La durée Δt de son utilisation.

$W_{élec} = U_{AB}.I.\Delta t$	**$W_{élec}$: Energie électrique reçue par le récepteur en Joules (J)** **U_{AB}: Tension électrique aux bornes du récepteur en Volts (V)** **I: Intensité du courant électrique en Ampère (A)** **Δt: Durée d'utilisation du récepteur en seconde (s)**



Remarque: Par convention, dans le cas d'un récepteur, le courant "descend" les potentiels.

1.7- Puissance reçue par un récepteur électrique

On appelle puissance électrique reçue par un récepteur la quantité d'énergie reçue par le récepteur par unité de temps.

$P_{élec} = \dfrac{W_{élec}}{\Delta t}$	**$P_{élec}$: Puissance électrique reçue par le récepteur en Watt (W)** **$W_{élec}$: Energie électrique reçue par le récepteur en Joules (J)** **Δt: Durée d'utilisation du récepteur en seconde (s)**

On peut aussi écrire:

$$P_{élec} = \frac{W_{élec}}{\Delta t} = \frac{U_{AB}.I.\Delta t}{\Delta t} = U_{AB}.I$$

Remarque: La puissance électrique permet d'avoir une idée de la rapidité du transfert d'énergie électrique.

1.6- Effet Joule

On appelle effet Joule l'effet thermique associé au passage du courant électrique dans un conducteur.

Un conducteur ohmique est un dipôle passif. Toute l'énergie électrique $\mathbf{W_{élec}}$ qu'il reçoit est transformée en énergie thermique $\mathbf{W_J}$ par effet Joule.

Le bilan énergétique du conducteur ohmique s'écrit:

$$\mathbf{W_{élec} = W_J}$$

Le Bilan d'énergie est schématisé ci contre.

On a:

$$\mathbf{W_{élec} = U\,.I.\Delta t} \quad \text{et} \quad \mathbf{U_{AB} = R.I}$$

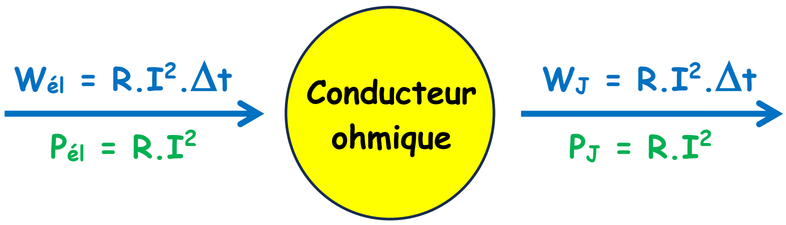
D'où la relation:

$$\mathbf{W_{élec} = W_J = R.I^2.\Delta t}$$

Il est évident que si on note $\mathbf{P_J}$ la puissance consommée par effet Joule, alors on aura:

$$\mathbf{P_{élec} = P_J = R.I^2}$$

Le Bilan d'énergie et de puissance sont schématisés ci-dessous.

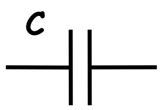


2- Le condensateur

2.1- Constitution d'un condensateur

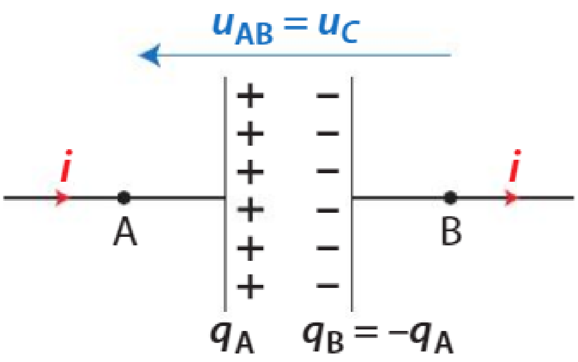
Dans de nombreux dispositifs électroniques, on trouve des condensateurs, de formes et de tailles différentes, caractérisés par une capacité C et une tension maximale de fonctionnement.

Les condensateurs sont composés de deux surfaces conductrices placées face à face et séparées par un matériau isolant appelé diélectrique.
Ces diélectriques sont appelées les armatures du condensateur.



Dans un circuit électrique, le symbole normalisé du condensateur est représenté ci-contre.

2.2- Comportement d'un condensateur



Un condensateur se charge lorsqu'il est soumis à une tension électrique.

Un courant électrique circule, ce qui permet à des charges de signes opposés de s'accumuler sur chacune des surfaces conductrices.

Un champ électrique apparaît alors entre les armatures.

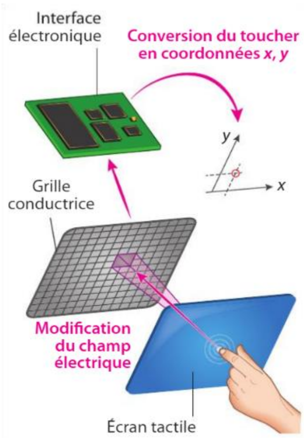
L'aptitude d'un condensateur à accumuler sur ses surfaces conductrices un grand nombre de charges électriques est appelée capacité. Notée C (F), elle caractérise un condensateur et s'exprime en Farad.

La capacité d'un condensateur est souvent proportionnelle à la surface des armatures et inversement proportionnelle à la distance qui les sépare.

Remarque: Par la suite, la tension u_{AB} aux bornes du condensateur sera notée u_C pour alléger les notations.

Les condensateurs usuels ont souvent des capacités de quelques microfarads (**1µF = 1.10^{-6}F**) ou nanofarads (**1nF = 1.10^{-9}F**).

Pour une tension donnée, plus la capacité d'un condensateur est grande, plus il emmagasine de charges sur ses armatures.



Pour détecter la présence d'un objet à proximité ou un déplacement, les capteurs capacitifs peuvent utiliser la mesure de la variation de diverses grandeurs: capacité, charge des surfaces conductrices ou champ électrique à l'intérieur du condensateur.

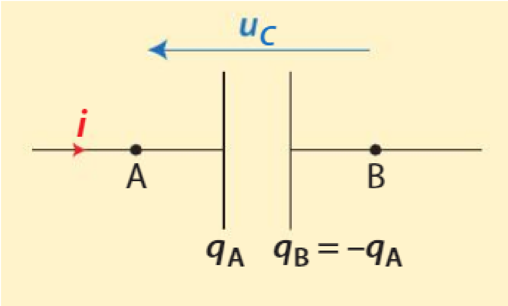
Par exemple, la surface en verre d'un écran capacitif de smartphone comprend une grille de fils très fins.

Lorsqu'un doigt électriquement chargée touche l'écran, des charges électriques sont transférées entre le doigt et l'écran, modifiant localement le champ électrique créé par ces fils.

La détection de ces variations permet au téléphone de localiser la zone de contact doigt-écran.

2.3- Relation entre la charge électrique et la tension pour un condensateur

À tout instant, la charge $q_A(t)$ de l'armature A d'un condensateur, notée plus simplement q_A, est proportionnelle à la tension u_C à ses bornes:



$q_A = C.u_C$

q_A: Charge de l'armature A (C)
C: Capacité du condensateur (F)
u_C: Tension aux bornes (V)

De plus, l'intensité **i** du courant est la dérivée de la charge électrique **q_A** rapport au temps:

$$i = \frac{dq_A}{dt}$$

La capacité C du condensateur étant constant, on aura donc:

$$i = \frac{dq_A}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

L'intensité i(t) du courant électrique dans la branche d'un condensateur, notée plus simplement i, s'exprime par:

$$i = \frac{dq_A}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

i: Intensité du courant(A)
C: Capacité du condensateur (F)
u_C: Tension aux bornes du condensateur (V)
q_A: Charge de l'armature (C)
t: durée (s)

Remarque: Le signe de l'intensité du courant électrique dépend du sens de variation du courant i, donc de celui de u_C.

Si q_A augmente alors $\frac{dq_A}{dt} > 0$ et $i > 0$.

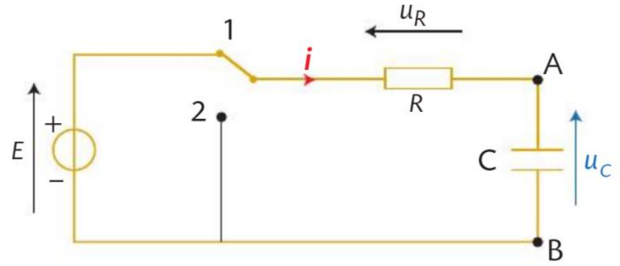
Si q_A diminue alors $\frac{dq_A}{dt} < 0$ et $i < 0$.

3- Le modèle du circuit RC en série

L'association en série d'un condensateur de capacité **C** et d'un conducteur ohmique de résistance **R** constitue un dipôle **RC**.

On va étudier comment se charge ou se décharge le condensateur d'un tel dipôle lorsqu'une tension constante est appliquée entre ses bornes.

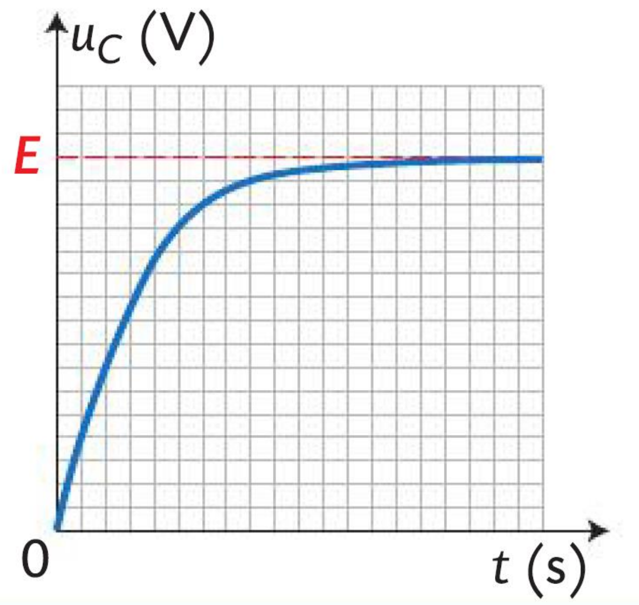
3.1- Charge d'un condensateur



On considère le circuit électrique ci-contre.

A l'instant initial **t = 0** le condensateur est déchargé (**u_C = 0 V**) et l'interrupteur est en **position 2**.

A la date **t = 0** l'interrupteur est basculé en **position 1**.



L'évolution temporelle de la tension **u_C** aux bornes du condensateur est représentée ci-contre.

D'après la loi des mailles on aura:

$$u_R + u_C = E$$

Or nous savons que:

$$u_R = R.i \quad \text{et} \quad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension **u_C** aux bornes du condensateur lors de sa charge:

$$R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Cette équation différentielle s'écrit aussi sous la forme:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = \frac{E}{R.C}$$

C'est l'équation différentielle vérifiée par la tension **u_C** aux bornes d'un condensateur lors de sa charge.

La solution de cette équation différentielle est de la forme:

$$u_C = A.e^{B.t} + C$$

où **A**, **B** et **C** sont des constantes à déterminer.

A l'instant initial $t = 0s$ on aura $u_C = 0$. Donc:

$$u_C = A.e^{B\times 0} + C = A + C = 0$$

On en déduit la relation entre les constantes A et C:

$$C = -A$$

La solution de cette équation différentielle est donc de la forme:

$$u_C = A.(1 - e^{B.t})$$

En injectant la solution dans l'équation différentielle on aura:

$$\frac{d\left(A.(1 - e^{B.t})\right)}{dt} + \frac{1}{R.C}.A.(1 - e^{B.t}) = \frac{E}{R.C}$$

C'est à dire:

$$-A.B.e^{B.t} + \frac{A}{R.C} - \frac{A}{R.C}.e^{B.t} = \frac{E}{R.C}$$

Soit:

$$A.\left(B + \frac{1}{R.C}\right).e^{B.t} = \frac{1}{R.C}.(A - E)$$

Comme cette expression est valable quel que soit l'instant t; on en déduit les relations:

$$A = E \quad \text{et} \quad B = -\frac{1}{R.C}$$

L'équation différentielle de la charge du condensateur dans un circuit RC:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = \frac{E}{R.C}$$

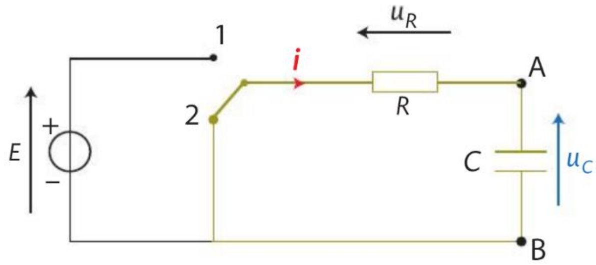
a pour solution la relation:

$$u_C = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

u_C: Tension aux bornes du condensateur (V)
E: Tension du générateur (V)
$t = \frac{1}{R.C}$: Constante de temps du circuit RC (s)

3.2- Décharge d'un condensateur

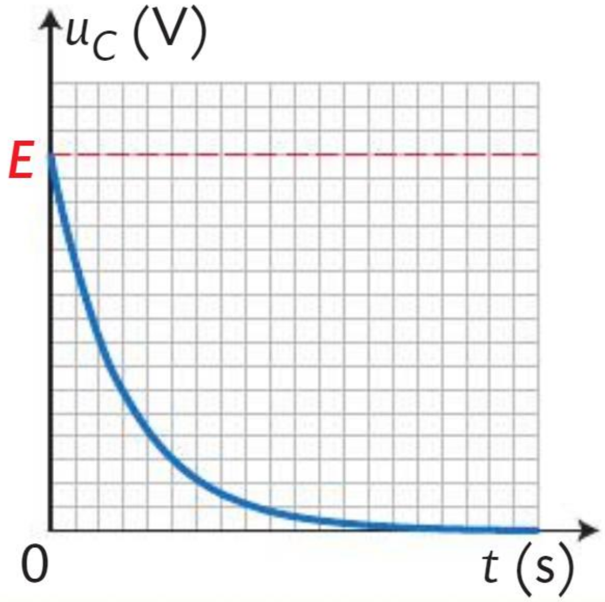
On considère le circuit électrique ci-contre.



A l'instant initial **t = 0** le condensateur est chargé (**u_C = E V**) et l'interrupteur est en **position 1**.

A la date **t = 0** l'interrupteur est basculé en **position 2**.

L'évolution temporelle de la tension **u_C** aux bornes du condensateur est représentée ci-contre.



D'après la loi des mailles on aura:

$$u_R + u_C = 0$$

Or nous savons que:

$$u_R = R.i \quad \text{et} \quad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension **u_C** aux bornes du condensateur lors de sa décharge:

$$R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

Cette équation différentielle s'écrit aussi sous la forme:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = 0$$

C'est l'équation différentielle vérifiée par la tension **u_C** aux bornes d'un condensateur lors de sa décharge.

La solution de cette équation différentielle est de la forme:

$$u_C = A.e^{B.t}$$

où **A** et **B** sont des constantes à déterminer.

A l'instant initial **t = 0s** on aura **u_C = E**. Donc:

$$u_C = A.e^{B\times 0} = A = E$$

La solution de cette équation différentielle est donc de la forme:

$$u_C = A.e^{B.t}$$

En injectant la solution dans l'équation différentielle on aura:

$$\frac{d(A.e^{B.t})}{dt} + \frac{1}{R.C}.A.e^{B.t} = 0$$

C'est à dire:

$$A.B.e^{B.t} + \frac{A}{R.C}.e^{B.t} = 0$$

Soit:

$$A.\left(B + \frac{1}{R.C}\right).e^{B.t} = 0$$

Comme cette expression est valable quel que soit l'instant **t**, on en déduit la relation:

$$B = -\frac{1}{R.C}$$

L'équation différentielle de la décharge du condensateur dans un circuit RC:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = 0$$

a pour solution la relation:

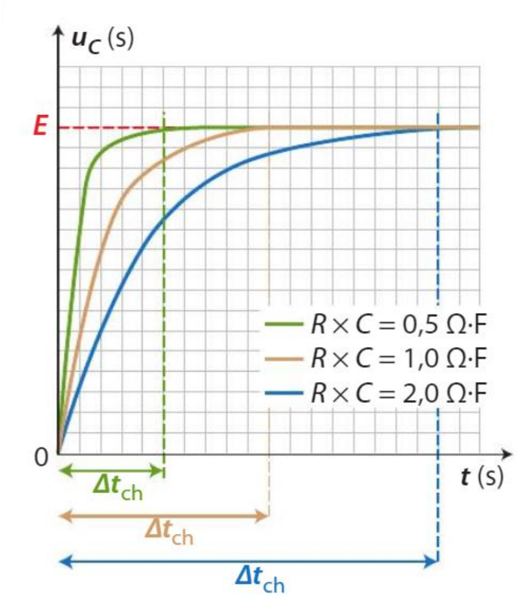
$$u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

u_C: Tension aux bornes du condensateur (V)
E: Tension du générateur (V)
$t = \frac{1}{R.C}$: Constante de temps du circuit RC (s)

3.3- Temps caractéristique

Les équations précédentes montrent que la tension **u_C** dépend du produit **R.C**. Plus ce produit **R.C** est grand et plus la durée de charge **Δt_{ch}** (ou de décharge **Δt_{dech}**) est grande.

Le graphique ci-contre représente l'influence de la grandeur **R.C** sur la durée Δt_{ch} de charge du condensateur.



Le temps caractéristique τ de la charge ou de la décharge d'un dipôle RC, aussi appelé constante de temps, est défini par:

τ = R.C | **τ: Constante de temps (s)**
R: Résistance du conducteur ohmique (Ω)
C: Capacité du condensateur (F)

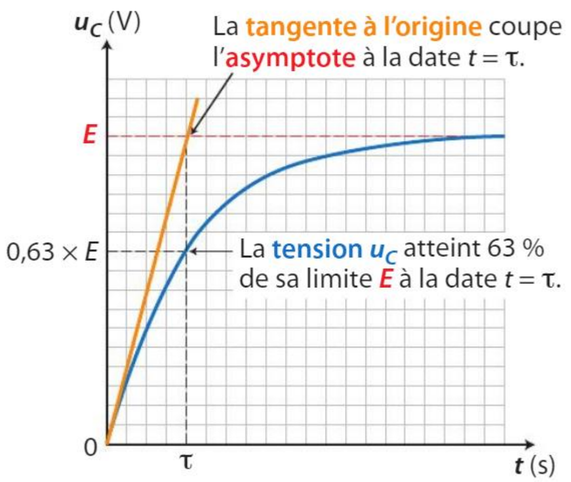
La constante de temps τ permet de déterminer la durée de charge ou de la décharge d'un dipôle RC.

En effet, la solution de l'équation différentielle montre que pour une durée de **5τ**, la tension u_C a atteint sa valeur finale (**E** en charge ou **0 V** en décharge) avec un écart de moins de **1 %**.

Le régime variable, aussi appelé régime transitoire, est alors considéré comme terminé. Il est remplacé par un régime permanent stationnaire (u_C et **i** sont devenues constantes).

Les méthodes graphiques de détermination du temps caractéristique τ nécessitent l'exploitation de la solution de l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lors d'une charge ou d'une décharge.

On peut déterminer la valeur de la constante de temps τ par lecture graphique ou par le tracé de la tangente à l'origine.



Dans le cas de la charge du dipôle **RC** initialement déchargé, la solution de l'équation différentielle est:

$$u_C = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Pour **t = τ =R.C** on obtient:

$$u_C = E.(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E.(1 - e^{-1}) = E.(1 - e^{-1}) = E.(1 - 0,37) = 0,63.E$$

On peut aussi déterminer la valeur de la constante de temps τ par linéarisation.

Dans le cas de la décharge du dipôle **RC** initialement chargé la solution de l'équation différentielle est:

$$u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On en déduit la relation:

$$\ln(u_C) = \ln E - \frac{1}{\tau}.t$$

La constante de temps τ est l'opposée de l'inverse du coefficient directeur **k** de la droite:

$$\ln(u_C) = f(t)$$